



Рубцовский институт (филиал)  
Алтайского государственного университета  
«Кубок города по физике, химии,  
математике и информатике»



Олимпиада по математике, 9 класс, 13 апреля 2016 г.

1. Найдите  $\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)\left(1 + \frac{1}{3^8}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{2^n}}\right)$  (5баллов)

2. В соревнованиях по плаванию участвуют 40 спортсменов, среди которых 2 из России. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что под номером 12 будет выступать спортсмен из России. (10 баллов)

3. Доказать, что для любого треугольника  $ABC$  справедливо следующее соотношение  $\frac{\cos \beta}{\cos \gamma} = \frac{c - b \cos \alpha}{b - c \cos \alpha}$ . (15баллов)

4. Решите уравнение  $(x^2 + 3x - 4)^3 + (2x^2 - 5x + 3)^3 = (3x^2 - 2x - 1)^3$  (15баллов).

5. Если  $x_1, x_2, x_3$  решение системы  $\begin{cases} x_1^3 \cdot x_2^2 \cdot x_3 = 8, \\ x_1^4 \cdot x_2^3 \cdot x_3^2 = 32, \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3^2 = 16, \end{cases}$  то  $x_1 + 4x_2 + x_3$

равно... (20баллов)

6. Дан треугольник  $ABC$ . Точка  $L$  делит сторону  $BC$  пополам. Точка  $K$  делит пополам отрезок  $BL$ . Из вершины  $A$  через точки  $K$  и  $L$  проведены лучи и на них отложены вне треугольника отрезки  $LD$  и  $KF$ , причем  $LD = AL$ ,  $KF = \frac{AK}{3}$ . Найти отношение площадей треугольника  $ABC$  и четырехугольника  $KLDF$ . (25баллов).